



SEMINARIO TALLER FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS FINANCIERAS

DIRIGIDO POR

Edgardo Tinoco Pacheco

CONCEPTOS BASICOS DE MATEMÁTICAS FINANCIERAS

1. Fundamentos
2. Interés simple
3. Interés compuesto
4. Tasas de interés nominales, periódicas y efectivas
5. Series uniformes (anualidades)

CONCEPTOS BÁSICOS EN MATEMÁTICAS FINANCIERAS

DEFINICIONES
IMPORTANCIA Y
APLICACIONES

El gerente financiero enfrenta decisiones que involucran el uso del dinero. La primera es decidir cuánto y en qué invertir, La segunda es cómo conseguir los recursos que precisa para llevar a cabo sus inversiones.

La primera es la decisión de inversión (Capital de trabajo, Activos fijos, etc.).

La segunda es una decisión de financiamiento con pasivos de Corto plazo o largo plazo y Recursos propios (Patrimonio). Esto es definir la Estructura financiera.

CONCEPTOS BÁSICOS EN MATEMÁTICAS FINANCIERAS

Las decisiones de inversión y financiación dentro del ámbito empresarial tiene una base monetaria, por lo anterior el responsable de las decisiones necesita contar con los conocimientos y herramientas indispensables para tomar decisiones pues muchas veces de ello depende el futuro de las empresas

Teniendo en cuenta que el dinero tiene valor a través del tiempo, las matemáticas financieras proporcionan las bases conceptuales y técnicas para fortalecer la toma de decisiones financieras.

CONCEPTOS BÁSICOS

EL VALOR DEL DINERO A TRAVÉS DEL TIEMPO.

El valor del dinero varía a través del tiempo, el sólo hecho de la presencia de la inflación, nos hace sentir que el poder adquisitivo del dinero cambia a través del tiempo.

El dinero lo mismo que el uso de otro recurso, tiene valor intrínseco por el que hay que pagar por su uso.

Teniendo en cuenta lo anterior se puede afirmar que no es lo mismo \$1000.000 hoy que \$1000.000 dentro de un año.

Las matemáticas financieras intentan resolver el problema del cambio en el valor del dinero a través del tiempo.

ELEMENTOS BÁSICOS EN UNA OPERACIÓN FINANCIERA.

INTERÉS: Se simboliza con I . Es el precio que se paga por el uso del dinero dado o recibido en préstamo durante un período de tiempo. Puede definirse también como la utilidad o ganancia que genera un capital invertido en una operación financiera.

Ejemplo: Si se toma un crédito de \$2.000.000 por un mes y al concluir éste se pagan \$2.060.000, significa que el precio de tomar éste crédito es de \$60.000; es decir el *Interés fue \$60.000.*

VALOR PRESENTE. Se simboliza con V_p . Es la cantidad de dinero que se invierte o se toma en préstamo se denomina igualmente CAPITAL O PRINCIPAL. En el ejemplo anterior $V_p = \$2.000.000$

VALOR FUTURO. Se representa con V_f . Es el valor presente más interés.

$$V_f = V_p + I \quad (1)$$

Para el ejemplo: $V_f = 2.000.000 + 60.000. \rightarrow V_f = \$2.060.000.$

ELEMENTOS BÁSICOS EN UNA OPERACIÓN FINANCIERA.

PERIODO DE LIQUIDACIÓN DEL INTERÉS: Es el intervalo de tiempo durante el cual el valor principal gana interés.

El periodo puede ser diario, mensual, trimestral, semestral, anual. El número de períodos se representa con n . En el ejemplo, $n = 1$ mes.

TASA DE INTERÉS. Se simboliza con i . Es la relación entre el Interés y el Valor presente por unidad de tiempo, generalmente se expresa como porcentaje.

Mientras no se diga lo contrario la tasa es anual. $i = I/V_p$ por periodo.

En el ejemplo $i = \$60.000 / \$2.000.000 \rightarrow i = 0.03/\text{mes} \rightarrow i = 3\%$ mensual.

ACTIVIDAD

EJEMPLO:

Diana obtuvo un préstamo de \$100.000, al final de 9 meses paga \$127.000. Identifique en el enunciado el valor futuro (Vf), Valor presente (Vp), Interés (I), Número de periodos (n), tasa de interés (i).

USURA

La noción de usura está muy vinculada al **interés excesivo en un préstamo y a la ganancia desmedida que obtiene el prestamista.**

DTF

La tasa para depósitos a término fijo (DTF) es un tipo de interés que se calcula a partir del promedio ponderado semanal por monto de las tasas promedios de captación diarias de los Certificados de Depósitos a Término a 90 días.

La DTF es calculada por el Banco de la República en base a los datos provistos por los bancos y otras entidades financieras.

La provee la Superintendencia financiera hasta el día anterior a su cálculo.

dd/mm/aa	Tasa	Anterior	Actual	Variación
19/05/14	<u>DTF (E.A)</u>	3.69	3.81	3.25%

INTERÉS SIMPLE

DEFINICIÓN una operación financiera se realiza a interés simple cuando el capital inicial permanece invariable en el tiempo que dura la operación ya que los intereses ganados periódicamente **no se suman** al capital inicial, es decir los intereses no ganan intereses.

El interés simple se distingue por los siguientes aspectos:

La tasa de interés se aplica solamente sobre el valor inicialmente invertido.

El valor inicialmente invertido permanece constante durante todo el tiempo de la operación financiera.

El valor del interés es igual en cada uno de los periodos del tiempo de la operación financiera

INTERÉS SIMPLE

FÓRMULA DEL INTERÉS SIMPLE:

$$I = Vpin \quad (2)$$

Sabemos que:

$Vf = Vp + I$ (1) Reemplazando (2) en (1), tenemos:

$$Vf = Vp + Vpin \quad \rightarrow$$

$$Vf = Vp(1 + in) \quad (3)$$

INTERÉS SIMPLE

$$I = Vpin$$

$$Vf = Vp(1 + in)$$

- 1.- ¿En cuánto se convertirán \$800.000 a la tasa de 24% anual al cabo de 9 meses?*
- 2.-¿Qué cantidad de dinero invertido al 18% anual durante 15 meses se coinvertirán en \$447.125*
- 3.- Una persona invierte \$600.000 en una entidad financiera que reconoce interés simple y al final de 18 meses le entrega \$762.000. ¿Qué tasa de interés simple mensual recibió?*
- 4.- ¿En cuánto tiempo \$300.000 se convertirán en \$396.000 a la tasa de 24% anual?.*

INTERÉS COMPUESTO

En los problemas de interés simple, el capital que genera los intereses permanece constante todo el tiempo de duración de la obligación financiera. Si en cada intervalo de tiempo convenido los intereses causados se agregan al saldo anterior, formando un valor sobre los cuales se calcularán los intereses en el siguiente periodo de tiempo y, así sucesivamente, se dice que los intereses se capitalizan y que la operación financiera es a interés compuesto.

Ejemplo 1: Una persona deposita \$10.000.000 en una entidad que reconoce 5% de interés trimestral. ¿Cuánto tendrá acumulado en la cuenta al finalizar el primer año?

FECHA	DEPOSITO	INTERES	SALDO
X	2,000,000	-	2,000,000.00
Fin Trim 1		100,000.00	2,100,000.00
Fin Trim 2		105,000.00	2,205,000.00
Fin Trim 3		110,250.00	2,315,250.00
Fin Trim 4		115,762.50	2,431,012.50

INTERÉS COMPUESTO

Ejemplo 1: Una persona deposita \$10.000.000 en una entidad que reconoce 5% de interés trimestral. ¿Cuánto tendrá acumulado en la cuenta al finalizar el primer año?

EL proceso lo podemos simplificar utilizando la fórmula siguiente:

$$Vf = Vp(1 + i)^n$$

Valor futuro, (VF): Es el valor acumulado al final o acumulado después de sucesivas adiciones de intereses

$$Vf = 10.000.000(1,05)^4$$

(\$ 12.155.062,50)

INTERES COMPUESTO

1: Un inversionista deposita en una entidad financiera la suma de \$10.000.000, a la tasa de 0.8%/mes ¿Cuánto tendrá acumulado al final de 15 meses?

Aplicaciones de las funciones financieras de EXCEL

¿En cuánto se convertirán \$3.200.000 a la tasa de 1,5%/mes; al final de 16 meses?

Una persona invierte \$10.000.000 y al cabo de 8 meses acumula \$11.000.000 ¿Qué tasa de interés obtiene?

Una persona invierte \$1.865.000 invertidos a la tasa de 1,5%/mes y al final del plazo convenido tiene acumulado \$2.100.908,67. ***¿Cuánto tiempo mantuvo La inversión?***

¿Cuánto debe depositar el día de hoy en una cuenta que reconoce intereses de 0,5%/mes si quiere acumular al cabo de 16 meses la suma de \$2.599.370,76?

Tasas de Interés efectiva anual

Para evaluar el costo real de un crédito, costo de una financiación, rendimiento de una inversión se utiliza la tasa efectiva anual (TEA), lo cual es obligatorio anunciar para todas las entidades financieras.

Por esta razón es importante aprender y aplicar los conceptos relacionados con el cálculo de esta tasa, al igual que realizar las conversiones de tasas equivalentes, pues muchas veces las encontramos expresadas indistintamente en el mercado financiero.

Tasa Nominal:

Tasa Efectiva anual

Tasa de interés por periodo

Tasas de Interés Nominal

Tasa de interés nominal: la simbolizamos con la letra J . Es la tasa que se enuncia, pero que no actúa para calcular directamente los intereses generados. Se acostumbra expresarla como una tasa referida a una base anual. La tasa de interés nominal anual (J) se enuncia seguida de la expresión capitalizable o convertible e indica la frecuencia de capitalización de los intereses. Ejemplo **15% anual capitalizable mensualmente**, otra manera puede ser **24% anual convertible trimestralmente, 18% NMV (Nominal Mes Vencido) 16% NTA (Nominal Trimestre Anticipado)**

Frecuencia de capitalización: la simbolizamos con la letra m . Es el intervalo de tiempo convenido para capitalizar los intereses. Se identifica con m y expresa el número de periodos de capitalizaciones en un año. Así por ejemplo si se dice que la tasa de interés es del 15% capitalizable o convertible mensualmente, esto quiere decir que en el año hay 12 capitalizaciones. O sea $m = 12$. Otro ejemplo puede ser 16% anual nominal trimestre vencido; donde $m = 4$ trimestres

Tasas de Interés del periodo

Tasa de interés por periodo: (i). Es el interés que se aplica por periodo de capitalización. En el ejemplo anterior la tasa de interés por periodo es **1,25% mensual**. Este valor se halla al dividir la tasa nominal J entre m , ($i = J/m$); donde $J = 15\%$ y $m = 12$ meses. **Mientras no se diga lo contrario i es vencida**

Sin embargo, a pesar de existir tales equivalencias es importante hallar la tasa efectiva anual TEA, ya no para un periodo mensual, trimestral, semestral, sino para un periodo generalmente de un año.

Tasa efectiva anual

Nos indica el costo que efectivamente se reconoce en el financiamiento, por periodo anual. Definir exactamente la tasa de interés aplicable en cada caso financiero, evita muchas problemas y confusiones, por lo cual las entidades monetarias, como el Banco de la Republica, Superintendencias Financieras obligan a las entidades financieras a informar la Tasa Efectiva Anual (TEA) que nosotros vamos a simbolizar con la letra e

Fórmula para convertir una tasa de interés periódica (i) en tasa efectiva (e)

$$e = (1 + i)^m - 1$$

Donde:

e → es la tasa efectiva anual

i → es la tasa de interés periódica = J/m

m → es el número de periodos de capitalización en un año

Tasa efectiva anual

Nos indica el costo que efectivamente se reconoce en el financiamiento, por periodo anual. Definir exactamente la tasa de interés aplicable en cada caso financiero, evita muchas problemas y confusiones, por lo cual las entidades monetarias, como el Banco de la Republica, Superintendencias Financieras obligan a las entidades financieras a informar la Tasa Efectiva Anual (TEA) que nosotros vamos a simbolizar con la letra e

Fórmula para convertir una tasa de interés periódica (i) en tasa efectiva (e)

$$e = (1 + i)^m - 1$$

Donde:

e → es la tasa efectiva anual

i → es la tasa de interés periódica = J/m

m → es el número de periodos de capitalización en un año

Tasa efectiva anual

Ejemplo 1: Determine la tasa efectiva anual (e) que reconoce una entidad financiera al 36% capitalizable:

a) Semestralmente; b) Trimestralmente; c) Mensualmente.

FÓRMULA: $e = (1+i)^m - 1$ a)

$$e = (1+0.18)^2 - 1 \rightarrow e = 39.24\%$$

$$e = (1+0.09)^4 - 1 \rightarrow e = 41.16$$

$$e = (1+0.03)^{12} - 1 \rightarrow e = 42.58\%$$

CONCLUSIÓN: mientras mayor sea el número de capitalizaciones en un año (m) para una misma tasa nominal de interés dada (J) vamos a obtener mayor tasa efectiva.

Tasa efectiva anual

¿Qué tasa de interés NOMINAL es equivalente a una tasa de 23% efectiva anual?

¿Qué tasa de interés efectiva anual es equivalente a 24% Nominal Mes Vencido (NMV)?

SERIE UNIFORME (ANUALIDADES)

Hace referencia a una serie de pagos iguales hechos a intervalos iguales de tiempo

Factores que intervienen en las anualidades y su forma de pago:

Pago: Se simboliza con A y representa el valor de cada uno de los pagos iguales hechos a intervalos iguales de tiempo.

Plazo: Se simboliza con la letra n y representa el número total de periodos en que se divide la operación financiera.

Tasa: Hace referencia a la tasa de interés que se fija en la negociación, se simboliza con i cuando es periódica, J cuando es nominal y e cuando es efectiva.

FÓRMULAS

$$Vp = A \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}$$

$$Vf = A \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

Vp = Valor presente de la serie de pagos uniformes o valor presente de la anualidad

Vf = Valor futuro de la serie de pagos uniformes o valor futuro de la anualidad

A = Pago periódico de una anualidad

i = Tasa de interés por periodo de capitalización

n = Número de periodos de pagos.

Cálculo de Pago, tasa de interés, Valor futuro, valor presente, Periodos

- 1.- Una persona obtiene un préstamo por valor de \$10.000.000 y se compromete pagarlo durante un año mediante pagos de igual cuantía al final de cada trimestre. ¿Determine el valor de cada pago.**
- 2.- Una persona deposita \$100.000 al final de cada mes en una cuenta que reconoce intereses de 0,5% mensual. ¿Cuánto tendrá acumulado en la cuenta al final de 10 meses?
3. Una persona compra un equipo de sonido a crédito por valor de \$1.000.000 y se compromete pagarlo durante un año mediante pagos de \$100.000 al final de cada mes. ¿Cuál fue la tasa de financiación cobrada?
4. Una persona recibe un préstamo de \$4.000.000 a la tasa de 1,5%/mes.
5. Si tiene una capacidad de pago de pago de \$300.000 en cuanto tiempo podría pagar la obligación?

Amortización de préstamos

Un Emprendedor requiere \$12.000.000 para un proyecto

Un Banco le cobra una tasa de interés de 2%/mes , con plazo de 12 meses.

Le da dos Opciones para amortizar el préstamo:

ABONOS DE IGUAL CUANTÍA

PAGOS DE IGUAL CUANTÍA



GRACIAS

www.bancoldex.com

